

Nom :

Examen de Mécanique

1. Exercice 1

On considère un système L de N points matériels de masses $m_i, 1 \leq i \leq N$.

- Rappeler la définition du moment cinétique $\vec{\sigma}(O)$ de L par rapport à un point O .
- Montrer que $\vec{\sigma}$ est un champ de vecteur équiprojectif. Quel est le vecteur du torseur associé ?

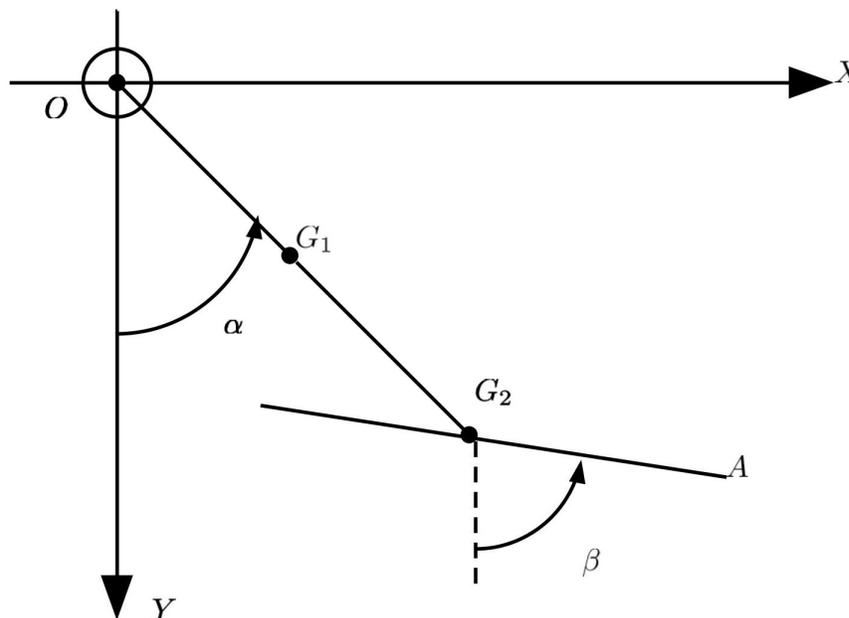
2. Exercice 2

- Rappeler l'énoncé précis du théorème de Stokes pour le rotationnel .
- Utiliser ce théorème pour calculer la composante du rotationnel d'un champ de vecteurs en coordonnées cylindriques de base \vec{u}_Z .
- Bonus : Calculer aussi selon \vec{u}_ρ et \vec{u}_θ .

3. Exercice 3

On considère un dispositif constitué de 2 tiges rigides homogènes τ_1 et τ_2 de masses m_1 et m_2 et de longueur l_1 et l_2 . On note G_1 et G_2 leurs centres de masses respectifs. La tige τ_1 est attachée au plafond en un point fixe O . Elle peut se mouvoir dans le plan (Ox, Oz) et sa position est repérée par l'angle orienté $\alpha = (\vec{u}_Z, \vec{OG}_1)$. La tige τ_2 est attachée à la tige τ_1 au point G_2 . Elle peut se mouvoir dans le plan (Ox, Oz) et sa position est repérée par l'angle orienté $\beta(\vec{u}_z, \vec{G}_2A)$. A étant une extrémité de la tige τ_2 . On néglige tout frottements.

On note I_1 le moment d'inertie de τ_1 par rapport à l'axe (O, \vec{U}_y) et I_2 le moment d'inertie de τ_2 par rapport à l'axe (G_2, \vec{u}_y) . On note $g = |\vec{g}|$ l'accélération de pesanteur.



- (a) Bonus : Calculer I_1 et I_2 en fonction m_1, l_1, m_2 et l_2 .
- (b) Montrer que le moment cinétique de τ_1 ou de τ_2 par rapport à n'importe quel point est automatiquement parallèle à \vec{u}_y .
- (c) Calculer le moment cinétique propre de τ_2 en fonction particulièrement de I_2 et β .
- (d) Calculer le moment cinétique total du système des 2 tiges en O en fonction particulièrement de I_1 et I_2 .
- (e) Appliquer la théorème du moment cinétique en O pour obtenir une équation différentiel reliant α et β .
- (f) Appliquer le théorème du moment cinétique propre pour τ_2 .
- (g) Calculer l'énergie cinétique et potentiel des 2 tiges en fonctions particulièrement de I_1 et I_2 .
- (h) Appliquer le théorème de la conservation de l'énergie et vérifier la cohérence avec les résultats obtenues en 6) et 7).
- (i) Calculer la période pour des petites oscillations du système.